第1回 つくばフレッシュマンセミナー

日時　2013 年 7 月 13 日 (土) 〜 7 月 15 日 (月・海の日)
会場　筑波大学・自然系学系 D 棟 509 号室

主催　古賀寛尚 (筑波大学)
清水健一 (名古屋大学)
三石史人 (東北大学)

開催にあたって

産業界において学際領域における研究の重要性が認識されて久しいですが、数学界においても、代数・幾何・解析・情報といった枠組みにとらわれない、分野間にまたがる複合的な領域における発展が著しいように思われます。また、ある分野における手法が他分野のブレイクスルーとなることも少なくありません。しかしながら、自分の専門分野以外の動向を知る機会は少ないのが現状ではないでしょうか。

このような状況を鑑み、それぞれ違ったバックグラウンドを持つ参加者たちが自分の最近の研究成果や、興味のある分野について発表し、それらに関して議論を深めることを目的とした『つくばフレッシュマンセミナー』と題する研究集会を開催させていただく運びとなりました。皆様の参加を心よりお待ちいたしております。

謝辞. 本研究集会は、特別研究員奨励費 24・2105 (研究代表者 : 古賀寛尚)、特別研究員奨励費 24・3606 (研究代表者 : 清水健一)、特別研究員奨励費 24・3673 (研究代表者 : 三石史人) の助成を受けて行われております。

つくばフレッシュマンセミナー・プログラム

7 月 13 日 (土)

13:50 — 14:00	開会の挨拶
14:00 — 15:00	柴田 大樹 (筑波大学) Algebraic Supergroups over a PID and its applications
15:15 — 16:15	森岡 悠 (学習院大学) Scattering theory on non-compact graphs with square-lattice-like ends
16:30 — 18:00	櫻井 陽平 (筑波大学) リッチ曲率が下に有界な境界付きリーマン多様体の剛性

7 月 14 日 (日)

10:00 — 12:15	神田 遼 (名古屋大学) Atom spectra of Grothendieck categories (※途中休憩 15 分有り)

14:00 — 15:00	小西 正秀 (名古屋大学)
	$A_n^{(1)}$ 型巡回 KLR 代数の話
15:15 — 16:15	越野 克久 (筑波大学)
	Topological Types of Convex Sets in Fréchet Spaces
16:30 — 17:30	松田 能文 (京都大学)
	円周への群作用と回転数
18:00 —	懇親会

7 月 15 日 (月・海の日)

10:00 — 11:00	嶺 幸太郎 (東京大学)
	Coarse 幾何学と位相空間論
11:15 — 12:15	冨江 雅也 (盛岡大学)
	Gray Code に関する話
14:00 — 14:30	鈴木 俊夫 (筑波大学)
	ウェーブレット展開の収束条件について
14:45 — 15:45	田島 慎一 (筑波大学)
	局所コホモロジーと Newton 非退化な孤立特異点の計算代数解析
16:00 — 17:00	竹内 耕太 (筑波大学)
	ラムゼイの定理とトポロジカルダイナミクス

圏論と集合論・勉強会

世話人: 清水健一・竹内耕太

つくばフレッシュマンセミナー終了後に、同会場にて圏論と集合論の勉強会が開催される予定です。お時間に余裕のある方は、こちらの勉強会にもぜひご参加ください。

17:30 — 18:30	佐藤 桂 (無所属)
	圏論における集合の圏の位置付けと特徴付け

つくばフレッシュマンセミナー・講演予稿集

7 月 13 日 (土)

柴田 大樹 (筑波大学) 14:00 — 15:00

Algebraic Supergroups over a PID and its applications

Harish-Chandra ペアというものを用いて，単項イデアル整域上のスーパー代数群の構成方法を述べます．一方で，Chevalley 群を直接にスーパー化したという Fioresi と Gavarini らによる Chevalley スーパー群というものが知られていますが，これは我々の構成法から得られることを述べます．また構成されたスーパー代数群の表現に関しても，よい対応があるのでそのことを述べます．

この講演は筑波大学の増岡彰氏との共同研究です．

森岡 悠 (学習院大学) 15:15 — 16:15

Scattering theory on non-compact graphs with square-lattice-like ends

次のような非コンパクトな連結グラフを考える:

$$\Gamma = \mathcal{K} \cup \Omega^{(1)} \cup \cdots \cup \Omega^{(\mu)}.$$

ここで, $\mathcal{K}$ は有限グラフであり, 各 $\Omega^{(j)}$ は $\mathbf{Z}^d$, $d \geq 2$ から有限な部分を除いた連結部分集合である．Γ 上の離散 Laplace-Beltrami 作用素を次のように定める: 頂点上で値をとる関数 $\widehat{u} \in \ell^2(\Gamma)$ に対し,

$$(\Delta^g_{disc}\widehat{u})(n) := \frac{1}{4}\left(\frac{1}{\mu(n)}\sum_{m\in\Gamma} g(m,n)\big(\widehat{u}(m) - \widehat{u}(n)\big)\right), \quad n \in \Gamma.$$

$\mu : \Gamma \to (0,\infty)$ は各 $\Omega^{(j)}$ で 1 となる測度であり, $g(\,\cdot\,,\,\cdot\,) : \Gamma \times \Gamma \to [0,\infty)$ は次の性質を満たすような辺上で定義された重み関数である．Γ の隣接関係は g によって規定される:

1. $g(m,n) = g(n,m)$, $\forall m, n \in \Gamma$,
2. $g(n,n) = 0$, $\forall n \in \Gamma$ i.e. Γ は self-loop を持たない,
3. ${}^{\#}\{m \in \Gamma\ ;\ g(m,n) > 0\} < \infty$, $\forall n \in \Gamma$ i.e. Γ は局所有限,
4. $n \in \Omega^{(j)}$ に対し, $|m-n| = 1$ ならば $g(m,n) = 1$, $|m-n| \neq 1$ ならば $g(m,n) = 0$.

Δ^g_{disc} に対して, スペクトル及び散乱理論を展開する．本講演では, 本研究の出発点となる部分について, 関連する基本的な概念を復習しつつ紹介したい．

本研究は, end 構造を持つ多様体上でのスペクトル・散乱理論 [5], [2], 等の離散アナロジーを想定している．格子上の離散 Schrödinger 作用素の散乱理論と逆問題に関しては, [6], [1], [3], [4], 等がある．

参考文献

[1] K. Ando, *Inverse scattering theory for discrete Schrödinger operators on the hexagonal lattice*, Ann. Henri Poincaré, (2012). DOI:10.1007/s00023-012-0183-y

[2] H. Isozaki, Y. Kurylev and M. Lassas, *Forward and inverse scattering on manifolds with asymptotically cylindrical ends*, J. Funct. Anal., **258** (2010), 2060-2118.

[3] H. Isozaki and H. Morioka, *Inverse scattering at a fixed energy for Discrete Schrödinger Operators on the square lattice*, preprint (2012). arXiv:1208.4483

[4] H. Isozaki and H. Morioka, *A Rellich type theorem for discrete Schrödinger operators*, preprint (2012). arXiv:1208.4428

[5] R. B. Melrose, "Geometric Scattering Theory", Cambridge University Press, Cambridge, 1995.

[6] W. Shaban and B. Vainberg, *Radiation conditions for the difference Schrödinger operators*, Applicable Analysis, **80** (2001), 525-556.

櫻井 陽平 (筑波大学) 16:30 — 18:00

リッチ曲率が下に有界な境界付きリーマン多様体の剛性

リッチ曲率が下に有界な完備リーマン多様体に対して、いくつかの比較定理ならびに剛性定理が知られている。本講演では、リッチ曲率が下に有界かつ、境界の平均曲率が上に有界な境界付きリーマン多様体に対する、体積比の比較定理と、ある剛性定理について述べる。

7 月 14 日 (日)

神田 遼 (名古屋大学) 10:00 — 12:15 (途中休憩有り)

Atom spectra of Grothendieck categories

In commutative ring theory, the notion of prime ideals have been a fundamental tool. It is widely used in order to study ideal-theoretical structure of commutative rings and to investigate their homological aspects from the viewpoint of representation theory. In this talk, we introduce the notion of atoms for Grothendieck categories, which is considered as a (noncommutative) generalization of prime ideals of commutative rings. The set of atoms of a Grothendieck category is called the atom spectrum, and it clarifies some structural aspects of the Grothendieck category, especially in the case where the Grothendieck category is locally noetherian. For example, we show some results on localizing subcategories.

小西 正秀 (名古屋大学) 14:00 — 15:00

$A_n^{(1)}$ 型巡回 KLR 代数の話

Khovanov-Lauda-Rouquier 代数 (KLR 代数) とは, 2008 年に Khovanov-Lauda, Rouquier らにより独立に定義された代数である. 量子群の圏化を目的として定義されており, 特に Khovanov-Lauda はこの代数を図を用いて作り上げた.

KLR 代数は有向グラフとその頂点への重みづけを固定することで得られるが, 一般の場合に対する定義を与えようとすると退屈になる. 本講演では説明が簡単に済むような場合から始め, 実際にいくつかの命題に触れながらその取り扱い方を感じ取り, KLR 代数に馴染むことを目指す.

越野 克久 (筑波大学) 15:15 — 16:15

Topological Types of Convex Sets in Fréchet Spaces

The topological classification of convex sets in linear spaces has been an important problem of infinite-dimensional topology. A Fréchet space is a locally convex completely metrizable linear space. It is well known that every infinite-dimensional Fréchet space is homeomorphic to a Hilbert space of the same weight (the Kadec-Anderson-Toruńczyk Theorem). The Hilbert space of weight τ is denoted by $\ell_2(\tau)$, where τ is a cardinal. The combination of the results of V. Klee, T. Dobrowolski and H. Toruńczyk [6], [3], [4], [5] gave a topological classification for separable convex sets in Fréchet spaces. T. Banakh and R. Cauty [1] extended this result to non-separable closed convex sets in Fréchet spaces as follows:

Theorem A. Let C be a closed convex set in a Fréchet space. Then C is homeomorphic to $[0,1]^n \times [0,1)^m \times \ell_2(\tau)$ for some cardinals $0 \leq n \leq \aleph_0$, $0 \leq m \leq 1$ and $0 \leq \tau$. In particular, if C is not locally compact, then it is homeomorphic to a Hilbert space of the same weight.

Let $\ell_2^f(\tau)$ stand for the linear span of the canonical orthonormal basis of the Hilbert space $\ell_2(\tau)$, that is, $\ell_2^f(\tau) = \{(x(\gamma))_{\gamma<\tau} \in \ell_2(\tau) \mid x(\gamma) = 0 \text{ except for finitely many } \gamma < \tau\}$. D. Curtis, T. Dobrowolski and J. Mogilski [2] studied on σ-compact convex sets in topological linear spaces and established the following theorem:

Theorem B. Let C be a σ-compact convex set in a Fréchet space F. Suppose that the closure $\mathrm{cl}_F C$ is not locally compact. Then the pair $(\mathrm{cl}_F C, C)$ is homeomorphic to $(\ell_2(\aleph_0), \ell_2^f(\aleph_0))$ if C is strongly countable-dimensional[*1], and $(\mathrm{cl}_F C, C)$ is homeomorphic to $(\ell_2(\aleph_0) \times \mathbf{Q}, \ell_2^f(\aleph_0) \times \mathbf{Q})$ if C contains an infinite-dimensional locally compact convex set.

In this talk, we consider topological types of σ-locally compact[*2] convex sets of weight $\tau \geq \aleph_0$ in Fréchet spaces, which is a generalization of the above theorem to the non-separable case.

Main Theorem. Let C be a σ-locally compact convex set of weight $\tau \geq \aleph_0$ in a Fréchet space F. Suppose that the closure $\mathrm{cl}_F C$ is not locally compact. Then the pair $(\mathrm{cl}_F C, C)$ is homeomorphic to $(\ell_2(\tau), \ell_2(\tau))$ if C is strongly countable-dimensional, and $(\mathrm{cl}_F C, C)$ is homeomorphic to $(\ell_2(\tau) \times \mathbf{Q}, \ell_2^f(\tau) \times \mathbf{Q})$ if C contains an infinite-dimensional locally compact convex set.

References

[1] T. Banakh and R. Cauty, *Topological classification of closed convex sets in Fréchet spaces*, Studia Math. **205** (2011), no. 1, 1–11.

[2] D. Curtis, T. Dobrowolski and J. Mogilski, *Some applications of the topological characterizations of the sigma-compact spaces* ℓ_2^f *and* Σ, Trans. Amer. Math. Soc. **284** (1984), 837–846.

[3] T. Dobrowolski, *An extension of a theorem of Klee*, Proc. Fifth Prague Topol. Sympos. (1981), 147–150.

[*1] A strongly countable-dimensional space is a countable union of finite-dimensional closed subsets.
[*2] A space X is said to be σ-locally compact if X is a countable union of closed locally compact subsets.

[4] T. Dobrowolski and H. Toruńczyk, *On metric linear spaces homeomorphic to ℓ_2 and compact convex sets homeomorphic to* **Q**, Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Sci. Math. **27** (1979), 883–887.

[5] T. Dobrowolski and H. Toruńczyk, *Separable complete ANR's admitting a group structure are Hilbert manifolds*, Topology Appl. **12** (1981), 229–235.

[6] V. Klee, *Some topological properties of convex sets*, Trans. Amer. Math. Soc. **78** (1955), 30–45.

松田 能文 (京都大学) 16:30 — 17:30

円周への群作用と回転数

多様体への群作用, 特に無限離散群の作用については円周など低い次元の多様体についても未知の部分が多く興味を持たれています.

回転数とは円周の向きを保つ同相写像に対して 1880 年代にポアンカレにより定義された不変量で, いわば"漸近的あるいは平均的な回転角"です. 回転数が単独の同相写像が与える力学系を半共役という同値関係の下で分類することがポアンカレにより示され, その精密化が現在までなされています.

一方, 複数の元により生成される群の作用についても, 円周の同相写像を実数直線に持ち上げて回転数の持ち上げである移動数と呼ばれる不変量を考えることで得られる実有界オイラー類と呼ばれる不変量と群の生成元の回転数により半共役の下で分類されることが 1980 年代に明らかにされました. しかし, 実有界オイラー類は群の 2 次有界コホモロジー群という一般には無限次元であるベクトル空間の元なので扱いが難しくそれを克服する研究が現在までなされています.

この講演では, 主に円周への群作用と回転数との関係について議論したいと考えています.

7 月 15 日 (月・海の日)

嶺 幸太郎 (東京大学) 10:00 — 11:00

Coarse 幾何学と位相空間論

無限に遠い地点から空間を眺めたときに見えてくる性質を研究する幾何学 (coarse 幾何学) について位相空間論的な立場からお話します. 空間の局所的な状況を見る従来の空間論と巨視的な状況に着目する coarse 幾何学の間にあるいくつかの双対的な性質について論点を絞り, 今回はこの立場から被覆次元と漸近次元, 空間の無限遠境界, 一様構造と coarse 構造について紹介させて頂きます.

冨江 雅也 (盛岡大学) 11:15 — 12:15

Gray Code に関する話

Gray Code とは大まかに言えば組合せ論的対象を隣接する元たちの違いをなるべく小さくなるように列挙したものである。より正確には隣接するもののハミング距離が対象のサイズによらない定数となるような列挙を指す。起源は 1953 年の Frank Gray による、Binary Word の列挙に始まる。また同様な研究が置換、グラフの Spanning Tree および Set Partition などの対象に関して個別になされてきた。隣接する元たちの違いを小さくすることは、対象の高速列挙つながり、計算機科学の方面からも注目されている。とくに Binary Word に関しては、search の速さなどに注目して様々な種類の Gray Code が構成されている。

1980 年ごろ、Wilf により Combinatorial Gray Code という用語が導入され、同時に Gray Code を構成するべきいくつかの対象が open problem として挙げられ、系統的な研究が始まった。例えば個数を定めた部分集合、2 分木、半順序集合の linear extension、Coxeter Group 達に対して、研究が進められてきた。これらの経緯は 1996 年に Savage の survey 論文 “A Survey of Combinatorial Gray Codes” にまとめられている。

Savage の論文にあるように Gray Code を与える問題は本質的にグラフにおけるハミルトン経路を求める問題と等価であり、統一的に構成する一般論についてはほとんど知られていない。ゆえに個々の Gray Code の構成はこの問題に関する具体的な情報を与えるという意味において面白い問題であると思われる。また Gray Code を与えることは対象を列挙することだけでなく、recursive 構造を記述する点でも意味のあることである。

また近年においては Pattern Avoiding Permutations、Dyck Path、Schröder Path、および Noncrossing Partitions などに関する構成が精力的に研究されている。本講演においては Gray Code の定義から初めて、いくつかの具体例を紹介したのち最近得られたいくつかの結果を紹介したい。

鈴木 俊夫 (筑波大学) 14:00 — 14:30

ウェーブレット展開の収束条件について

微分積分学や Fourier 解析をはじめとした解析の学問において、級数展開というのは非常に重要な概念である。今回の講演では、Fourier 級数展開における様々な収束条件を紹介し、ここ２、３０年で発展してきた学問 : “Wavelet 解析” について簡単に説明する。その後、Wavelet 展開における収束条件・無条件収束性との関連性について考察・発表する。

田島 慎一 (筑波大学) 14:45 — 15:45

局所コホモロジーと Newton 非退化な孤立特異点の計算代数解析

内容は、私が修士 1 年の時に自分自身で考えついた問題で、当時全く解くことが出来なかったものです。

分野的には、複素解析幾何学とホロノミー D-加群の問題になります。この問題を解くのに、代数幾何の Grothendieck local duality や local cohomology を使います。計算をするための計算アルゴリズムを構築しそのプログラムを数式処理システムに実装します。

という訳で、私がまだ「フレッシュマン」だったころに考えた問題を、代数、幾何、解析、情報という枠組みにとらわれないことで解くことができたという話です。まだまだ気持ちは「フレッシュマン？」

竹内 耕太 (筑波大学) 16:00 — 17:00

ラムゼイの定理とトポロジカルダイナミクス

今回は 2005 年に出版されたある論文の内容を中心に話したいと思います。この論文では、数学構造のラムゼイ性という組み合わせ論的性質を、構造の自己同型全体のなす位相群の性質で特徴づけています。数学構造というのは例えば無限次元ベクトル空間や無限グラフなどが簡単な例です。ラムゼイ性とは例えば無限次元ベクトル空間 V の場合についてざっくりいうと、「V の全ての二次元部分空間を黒か白に任意に塗り分けたときに V の無限次元部分空間 X を見つけられて、X の任意二次元部分空間は全て同じ色である」という、鳩ノ巣原理の一般化のような命題です。どのような構造がラムゼイ性を持つか判定するのは難しいのですが、紹介す

る論文ではトポロジカルダイナミクスを用いた特徴付けを与えています。具体的には、「構造の自己同型全体のなす位相群の universal minimal flow が一点集合である」という命題と同値になります。これは、自己同型群を任意のコンパクトハウスドルフ空間に作用させたとき必ず不動点が存在する、とも言い換えられます。

このような組み合わせ論とトポロジカルダイナミクスのつながる例を中心に、余裕があれば自分の専門であるモデル理論でラムゼイ性がどのように使われるかや、構造の自己同型群と論理の関係などを交えながらお話しできればと考えています。

. . . .

7 月 15 日 (月)　圏論と集合論・勉強会

佐藤 桂 (無所属) 17:30 — 18:30

圏論における集合の圏の位置付けと特徴付け

圏論は集合論的な考えから脱却した視点によって概念化されていると思われがちですが、圏論的視点においても集合の圏はとても面白い性質を持っていて、それなしでは圏論的概念の多くは述べることができません。ここでは、圏論における集合の圏の役割りとして随伴の圏における自然対数の底 e としての役割り、集合の圏の圏論的な特徴付けとして米田 Y を含む 5 つの随伴列 U V W X Y を持つ圏としての特徴付けなどを述べられればと思います。